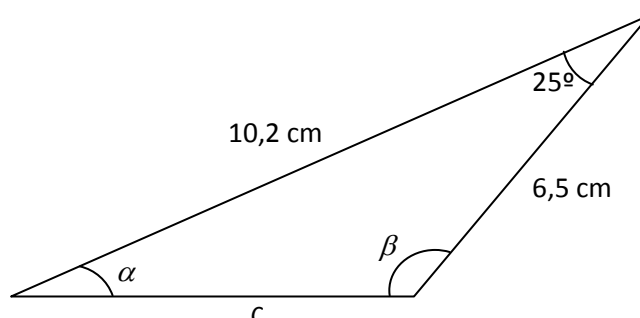
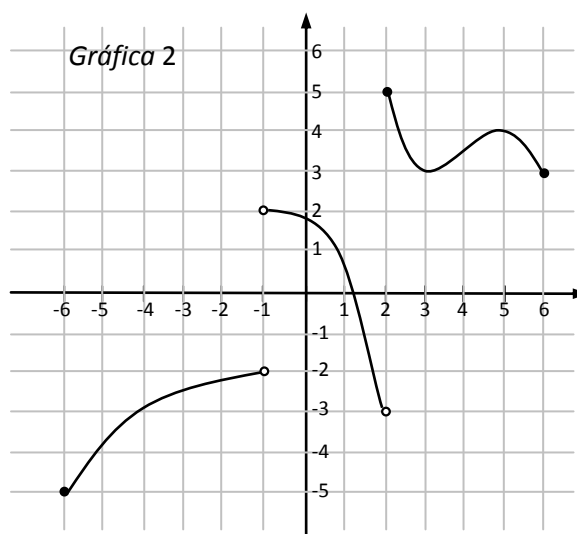
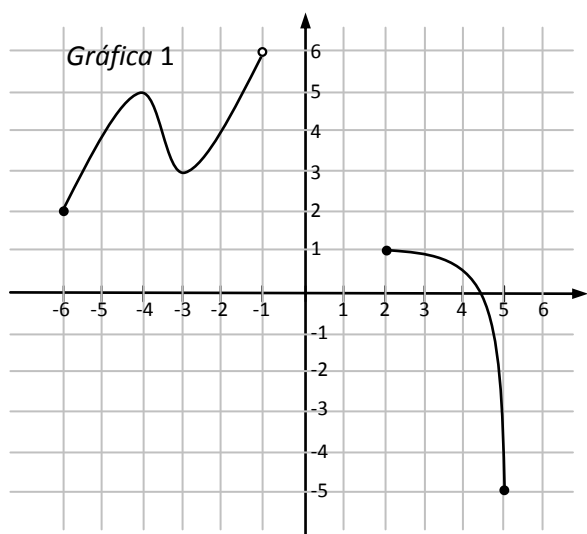


Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Utiliza las identidades trigonométricas para calcular el coseno y la tangente del ángulo α sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = -0,35$ y que el ángulo α se encuentra en el tercer cuadrante. **(1 punto)**
2. En la acera de una calle hay una escalera de 8 metros de longitud, cuyo extremo superior está apoyado en la fachada de una casa a una altura de 6 metros del suelo. Halla la distancia del pie de la escalera a la fachada y el ángulo que forma la escalera con el suelo. (Realiza un dibujo representando la situación). **(2 puntos)**
3. Halla el lado y los ángulos que faltan del siguiente triángulo: **(2 puntos)**



4. Dadas las gráficas de las funciones siguientes, estudiar cada uno de los siguientes aspectos de las mismas: dominio, imagen, continuidad, intervalos de crecimiento y decrecimiento; y extremos relativos. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**



5. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A = (-2, 3)$ y $B = (5, -2)$ **(1 punto)**
6. Dada la función parabólica $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + \frac{3}{4}$, hallar:
 - a) Vértice. **(1 punto)**
 - b) Puntos de corte con los ejes. **(1 punto)**
 - c) Tabla de valores y representación gráfica. **(1 punto)**

Soluciones:

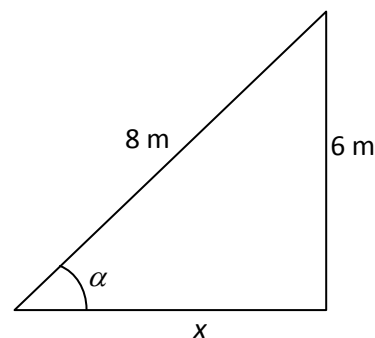
1. Como $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow (-0,35)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 0,1225 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos^2 \alpha = 0,8775 \Rightarrow \cos \alpha \cong -0,9367$ (se toma la solución negativa porque α se encuentra en el tercer cuadrante).

Por otro lado: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cong \frac{-0,35}{-0,9367} \cong 0,37365$.

2. Llamemos x a la distancia del pie de la escalera a la fachada y α al ángulo que forma la escalera con el suelo. Entonces:

$$\sin \alpha = \frac{6}{8} = 0,75 \Rightarrow \alpha = 48,59^\circ$$

$$\cos 48,59^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 8 \cos 48,59^\circ \Rightarrow x \cong 5,29 \text{ m.}$$



3. Por el teorema del coseno:

$$c^2 = (6,5)^2 + (10,2)^2 - 2 \cdot 6,5 \cdot 10,2 \cdot \cos 25^\circ \Rightarrow c^2 = 42,25 + 104,04 - 120,176 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow c^2 = 26,1136 \Rightarrow c \cong 5,11 \text{ cm.}$$

Por el teorema del seno:

$$\frac{6,5}{\sin \alpha} = \frac{5,11}{\sin 25^\circ} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{6,5 \sin 25^\circ}{5,11} \Rightarrow \sin \alpha \cong 0,5376 \Rightarrow \alpha = 32,52^\circ$$

$$\text{Finalmente: } \beta = 180^\circ - 25^\circ - 32,52^\circ \Rightarrow \beta = 122,48^\circ.$$

4. Gráfica 1:

- Dominio: $[-6, -1) \cup [2, 5]$.
- Imagen: $[-5, 1] \cup [2, 6)$.
- La función es continua en su dominio: $[-6, -1) \cup [2, 5]$.
- La función es creciente en $[-6, -4) \cup (-3, -1)$ y decreciente en $(-4, -3) \cup [2, 5]$.
- La función tiene dos máximos: los puntos $(-4, 5)$ y $(2, 1)$, y tres mínimos: los puntos $(-6, 2)$, $(-3, 3)$ y $(5, -5)$.

Gráfica 2:

- Dominio: $[-6, 6] - \{-1\}$.
- Imagen: $[-5, 2) \cup [3, 5]$.
- La función es continua en todo $[-6, 6]$, salvo en $x = -1$ y $x = 2$.
- La función es creciente en $[-6, -1) \cup (3, 5)$ y decreciente en $(-1, 2) \cup [2, 3) \cup (5, 6]$.
- La función tiene tres mínimos: los puntos $(-6, -5)$, $(3, 3)$ y $(6, 3)$, y dos máximos: los puntos $(2, 5)$ y $(5, 4)$.

5. La ecuación de la recta es $y = mx + n$. Como esta recta pasa por los puntos $(-2, 3)$ y $(5, -2)$, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 3 = -2m + n \\ -2 = 5m + n \end{array} \right\} \text{Restando ambas ecuaciones se obtiene } 5 = -7m \Rightarrow m = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}. \text{ Sustituyendo en la 1ª ecuación:}$$

$$3 = -2 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) + n \Rightarrow 3 = \frac{10}{7} + n \Rightarrow 3 - \frac{10}{7} = n \Rightarrow n = \frac{21}{7} - \frac{10}{7} \Rightarrow n = \frac{11}{7}.$$

Por tanto la ecuación de la recta es $y = -\frac{5}{7}x + \frac{11}{7}$.

6. a) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2(1/4)} = 2$; $f(2) = \frac{1}{4}2^2 - 2 + \frac{3}{4} = 1 - 2 + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$. Por tanto el vértice es el punto $V = \left(2, -\frac{1}{4}\right)$

- b) Punto de corte con el eje Y: $\left(0, \frac{3}{4}\right)$. Para hallar los puntos de corte con el eje X resolvemos la ecuación

$$\frac{1}{4}x^2 - x + \frac{3}{4} = 0:$$

$$\frac{1}{4}x^2 - x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow f \text{ corta al eje X en los puntos } (3, 0) \text{ y } (1, 0).$$

- c) Tabla de valores y representación gráfica:

x	2	0	3	1	4	5	-1
y	-1/4	3/4	0	0	3/4	2	2

Representación gráfica:

